OFFICE DU BACCALAUREAT

E.mail : office@ucad.edu.sn

site web : officedu bac.sn

2020 T 05 A 01
Durée : 04 heures
Série : T1 – Coef. 5
Série : T2 – coef. 4

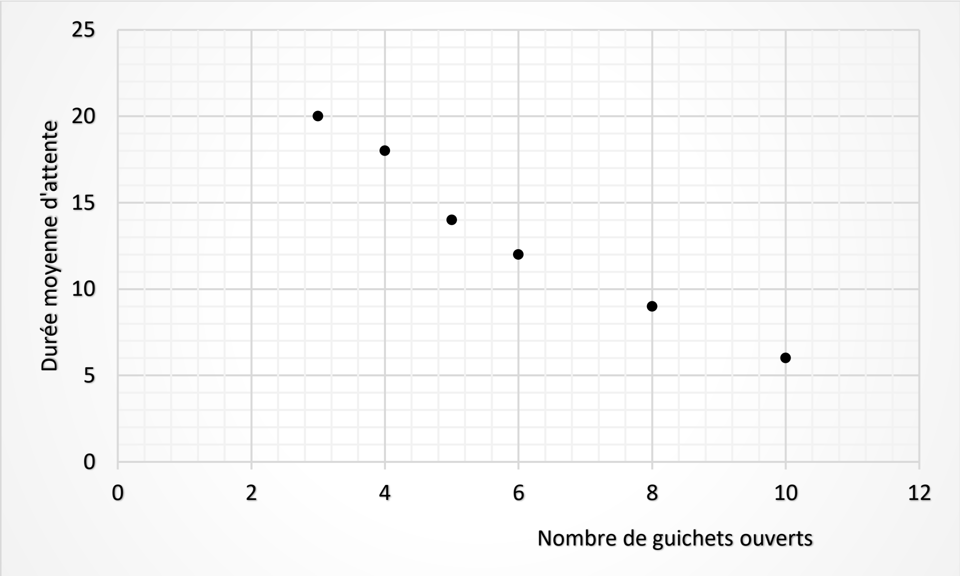
Epreuve du 1^er^ groupe

MATHEMATIQUES

CORRIGE

Exercice 1 :

1. Nuage de la série statistique.



2. $\bar{x} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} x_i = 6$; $\bar{y} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} y_i \approx 13{,}17$.

G(6 ; 13,17)

3. $Cov(x,y) = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} x_i y_i - \bar{x}\bar{y} \approx -11{,}35$

$V(x) = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} {x_i}^2 - \bar{x}^2 \approx 5{,}67$; $V(y) = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} {y_i}^2 - \bar{y}^2 \approx 23{,}38$

$r = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{v(x)v(y)}} \approx -0{,}99$. Donc il y a une très forte corrélation entre x et y.

4. La droite de régression de y en x a pour équation : $y = -2x + 25{,}7$.

5. $y = -2 \times 12 + 25{,}7 = 1{,}7$

Donc on peut estimer la durée moyenne d'attente à 2 minutes lorsque 12 guichets sont ouverts.

Exercice 2.

$A(1; -1; 0)$; $B(0; 1; 2)$ et $C(1; 2; -2)$.

1. a) $\overrightarrow{AB}\,(-1; 2; 2)$; $\overrightarrow{AC}\,(0; 3; -2)$

$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\,(-10; -2; -3)$

CORRIGE (suite)

$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \neq \vec{0}$, on en déduit que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) Equation du plan (P) : $-10x - 2y - 3z + 8 = 0$.

c) Un système d'équations paramétriques de (P) :

$$\begin{cases} x = 1 - k \\ y = -1 + 2k + 3k' \; ; k \text{ et } k' \text{réels}. \\ z = \; 2k - 2k \end{cases}$$

2. (Q) : $x - y + z - 1 = 0$

a) $\vec{m}\,(1\,;-1\,;1)$ est un vecteur normal de (Q).

$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\,(-10; -2;\ -3)$ et $\vec{m}$ ne sont pas colinéaires donc (P) et (Q) ne sont pas parallèles.

b) Un système d'équations paramétriques de (D) :

$$\begin{cases} x = \frac{5}{6} - \frac{5}{12}\ t \\ y = -\frac{1}{6} + \frac{5}{12} t \quad ; \ t \text{ réel}. \\ z = \ t \end{cases}$$

3. a. $G(-2; 5;\ 6)$; $H(5; -9; -8)$.
   b. L'ensemble (Π) est le plan médiateur du segment [GH].

4. L'ensemble (Γ) est la sphère de centre G et de rayon 4.

Problème

$f(x) = e^{-2x} - 2e^{-x} - 1$

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} e^{-2x} - 2e^{-x} - 1 = \lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}\,(e^{-x} - 2 - e^{x}) = +\infty$;

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-2x} - 2e^{-x} - 1 = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{e^{2x}} - \dfrac{1}{e^{x}} - 1 = -1.$

2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$,donc la droite d'équation y = -1 est une asymptote horizontale en $+\infty$
   $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{e^{-x}(e^{-x}-2+e^{x})}{x} = -\infty$;on a donc une branche parabolique de direction (y'oy)

3) Pour tout réel x, $f'(x) = 2e^{-x}(-e^{-x} + 1)$

4) Tableau de variation de f

Pour tout réel x, f'(x) a même signe que $-e^{-x} + 1$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f '(x)		$-$	0	+	
f	$+\infty$	↘	-2	↗	-1

CORRIGE (suite)

5) f est continue et strictement décroissante sur $]-\infty\,;0]$; donc f est une bijection de $]-\infty\,;0]$ sur $f(]-\infty\,;0]) = [-2\,;+\infty[$. Or $\frac{1}{2} \in [-2\,;+\infty[$.

L'équation f(x)=0 admet une unique solution sur $]-\infty; 0]$.

f est continue et strictement croissante $[0\,;+\infty[$; donc f est une bijection de $[0\,;+\infty[$ sur $f([0\,;+\infty[) =$ $[-2\,;-[$. Or $\frac{1}{2} \notin [-2\,;-[$.

Donc l'équation f(x)=0 n'a pas de solution sur $[0;+\infty[$

En conclusion l'équation f(x)=0 admet une unique solution λ.

$f(-0{,}9) \approx 0{,}13$ et $f(-0{,}8) \approx -0{,}49$; on $f(-0{,}9)\times f(-0{,}8) < 0$ donc : $-0{,}9 < \lambda < -0{,}8$

6) (Δ): $y = \frac{1}{2}(x - ln2) - \frac{7}{4}$

7) **Courbe(voir courbe feuille n°1)**