Corrigé Sujet 1 STEG / G

Exercice 1

$$2^n U_n = e^{-2n}$$

1) $U_0 = 1$ $\qquad U_1 = \frac{1}{2e^2}$

2) $U_{n+1} = \frac{1}{2e^2} U_n$ $\qquad$ S.G de raison $q = \frac{1}{2e^2}$ et de 1er terme $U_0 = 1$

3) $|q| < 1$ donc (U_n) est convergente

4)

a) $$S_n = U_0 \frac{1 - \left(\frac{1}{2e^2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2e^2}}$$

b) $$\lim S_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{2e^2}}$$

Exercice 2

A-1) Nuage de points

2) $r = -0,84$ où $r = \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y}$

3) $|r| > 0,8$ la corrélation est bonne.

4) $(D_{y/x})$: $y = ax + b$ avec $a = -0,45$; $b = 209,4$.

$y = -0,45x + 209,4$

5) Voir figure.

Exercice 2 (suite)

B)

1) Par la méthode des moindres carrées

si $X = 26$ alors $Y = 198$

Par la formule d'Astrand

si $X = 26$ alors $Y = 220 - 26 = 194$

2) Dans ce cas la méthode d'Astrand est la meilleure méthode d'ajustement

Problème

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -2$

$y = -2$ est Asymptote

2) a) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -x - 2 + \ln(1 + e^{x})$

b) $\lim\limits_{-\infty} (f(x) - y) = \lim\limits_{-\infty} (1 + e^{x}) = 0$

donc $(\Delta) : y = -x - 2$ est A.O à $\mathcal{C}_f$ en $-\infty$

c) $f(x) - y = \ln(e^{x} + 1) > 0$

donc $\mathcal{C}_f$ est dessus de (Δ).

Probleme (suite)

3) a) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = \frac{-1}{1+e^x}$

b) $f'(x) < 0$ sur $\mathbb{R}$ donc f decroissante sur $\mathbb{R}$

c)

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
f	$+\infty$	$\searrow$	-2

4) a) f est continue et strictement decroissante sur $\mathbb{R}$ donc f est bijective de $]-\infty, +\infty[$ vers $J =]-2; +\infty[$

b) f continue et strictement decroissante sur $]-1,86, -1,85[$ et $f(-1,86) \times f(-1,85) < 0$ donc $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $]-1,86; -1,85[$.

c) $f[-\ln(e-1)] = -1$ et $f'[-\ln(e-1)] = \frac{1-e}{e}$

d) $(f^{-1})'(-1) = \frac{1}{f'[-\ln(e-1)]} = \frac{1}{\frac{1-e}{e}} = \frac{e}{1-e}$

5) $f(0) = -2 + \ln 2$

(C_f) coupe l'axe des ordonnées au pt de coordonnées $(0; -2+\ln 2)$

6) Courbe